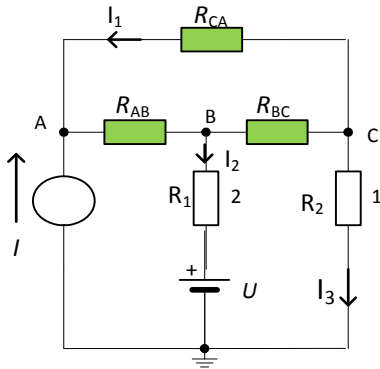


METODA NAPONA (POTENCIJALA) CVOROVA

U prikazanom spoju odredite a) potencijale tocaka A, B i C, b) struje I_1 I_2 I_3 . Primijenite transformaciju trokut-zvijezda i metodu cvorova.

$$I = 3 \quad U = 3 \quad R_{AB} = 2 \quad R_{BC} = 3 \quad R_{CA} = 7 \quad R_1 = 2 \quad R_2 = 1$$



pretvorbom oznacenog trokuta u zvijezdu dobivamo spoj prema slici 2(dolje)

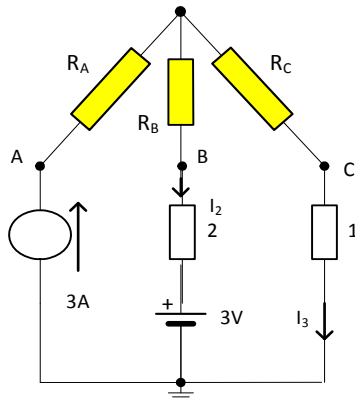
$$R_{\text{trokuta}} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CA} \quad R_{\text{trokuta}} = 12$$

$$R_A = \frac{(R_{AB} \cdot R_{CA})}{R_{\text{trokuta}}} \quad R_A = 1.167$$

$$R_B = \frac{(R_{AB} \cdot R_{BC})}{R_{\text{trokuta}}} \quad R_B = 2$$

$$R_C = \frac{(R_{BC} \cdot R_{CA})}{R_{\text{trokuta}}} \quad R_C = 1.75$$

Valja primjetiti da smo nakon pretvorbe dobili novi cvor- zvijezdiste koje cemo oznacaciti sa z.



Metodu cvorova mozemo primjeniti na izvornu ili transformiranu shemu. Najprije pogledajmo transformiranu shemu. Ovdje je potrebno izracunati potencijal cvora z. To cemo uciniti pomocu Millmanove formule (vidi predavanja OE).

$$R_{1B} = R_1 + R_B \quad R_{1B} = 2.5 \quad \text{ukupan otpor srednje grane}$$

$$R_{2C} = R_2 + R_C \quad R_{2C} = 2.75 \quad \text{ukupan otpor desne grane}$$

Ukupan otpor lijeve grane je beskonacan zbog strujnog izvora, a vodljivost je u vezi s tim nula!!!

Primjena Millmanove formule:

$$\varphi_z = \frac{\left(I + \frac{U}{R_{1B}} \right)}{\left(\frac{1}{R_{1B}} + \frac{1}{R_{2C}} \right)} \quad \varphi_z = 5.5$$

Zapravo smo transformacijom dobili mrežu sa dva cvora. Nakon izracuna potencijala cvora z slijedi izracun struja I_2 i I_3 . Struja lijeve grane je I (strujni izvor)

$$I_3 = \frac{\varphi_z}{R_{2C}} \quad I_3 = 2$$

pomocu KZS za cvor z dobivamo da je $I_2 = I - I_3 \quad I_2 = 1$

$$\text{ili} \quad I_2 = \frac{(\varphi_Z - U)}{R_{1B}} \quad I_2 = 1$$

Sada mozemo izracunati potencijale tocaka A,B i C. Stavimo oznake + na stezaljkama na koje struja ulazi na otpornicima RA RB i RC

$$\varphi_A = \varphi_Z + I \cdot R_A \quad \varphi_A = 9$$

$$\varphi_C = \varphi_Z - I_3 \cdot R_C \quad \varphi_C = 2$$

$$\varphi_B = \varphi_Z - I_2 \cdot R_B \quad \varphi_B = 5$$

$$\text{Struja } I_1 \text{ u izvornoj shemi je:} \quad I_1 = \frac{(\varphi_C - \varphi_A)}{R_{CA}} \quad I_1 = -1 \quad \text{suprotan smjer}$$

Metodu napona cvorova mozemo primjeniti odmah u izvornoj shemi bez pretvorbe trokut-zvijezda, ali pri to dobivamo tri jednadznice sa tri nepoznanice. Prvo napisemo sustav jednadzbi prema "recepturi" sa predavanja.

$$\varphi_A \cdot \left(\frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{CA}} \right) - \varphi_B \cdot \frac{1}{R_{AB}} - \varphi_C \cdot \frac{1}{R_{CA}} = I_{11}$$

$$-\varphi_A \cdot \frac{1}{R_{AB}} + \varphi_B \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{BC}} \right) - \varphi_C \cdot \frac{1}{R_{BC}} = I_{22}$$

$$-\varphi_A \cdot \frac{1}{R_{CA}} - \varphi_B \cdot \frac{1}{R_{BC}} + \varphi_C \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{BC}} + \frac{1}{R_{CA}} \right) = I_{33}$$

sustav linearnih jednadzbi rjesavamo pomocu programa ili "rucno". Najprije odredimo koeficijente uz nepoznanice (ovdje su tnepoznanice potencijali cvorova)

$$a_{11} = \frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{CA}} \quad a_{12} = \frac{-1}{R_{AB}}$$

$$a_{13} = \frac{-1}{R_{CA}} \quad a_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{BC}}$$

$$a_{21} = a_{12} \quad a_{23} = \frac{-1}{R_{BC}} \quad a_{31} = a_{13} \quad a_{32} = a_{23} \quad I_{11} = I$$

$$I_{22} = \frac{U}{R_1}$$

$$a_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{BC}} + \frac{1}{R_{CA}}$$

$$I_{33} = 0$$

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$v = \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix}$$

programu treba zadati dvije matrice; koeficijente i uzbudu (desna strana jednadzbi. "ON to "zna" izracunati slijedecim" naredbama:

$$\text{soln} = \text{Isolve}(M, v)$$

$$\text{soln} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{ovo je matrica rezultata} \\ \text{tj. izracunatih nepoznanica} \\ \text{potencijala}$$

$$\varphi_A = \text{soln}_0 \quad \varphi_B = \text{soln}_1 \quad \varphi_C = \text{soln}_2 \quad \varphi_A = 9 \quad \varphi_B = 5 \quad \varphi_C = 2 \quad V$$

Sada izracunavamo struje

$$I_1 = \frac{(\varphi_C - \varphi_A)}{R_{CA}} \quad I_1 = -1 \quad \text{ima suprotan smjer!!!}$$

$$I_2 = \frac{(\varphi_B - U)}{R_1} \quad I_2 = 1$$

$$I_3 = \frac{\varphi_C}{R_2} \quad I_3 = 2 \quad A$$

Ako nemate program za rjesavanje sustava jednadzbi, a ne zelite pogriješiti kod rucnog rjesavanja preporuca se primjena ranije prikazane transformacije. Moguca je i primjena superpozicije na transformiranoj shemi!!!! Ocito treba razdvojiti "elektricarski" i "matematicki" dio problema.

Ivan Felja 2013

SUPERPOZICIJA

oznaka a djeluje strujni izvor b djeluje naponski izvor

$$I_{3a} = I \cdot \frac{(R_B + R_1)}{(R_1 + R_2 + R_C + R_B)} \quad I_{3a} = 1.429$$

$$I_{2a} = I \cdot \frac{(R_2 + R_C)}{(R_1 + R_2 + R_C + R_B)} \quad I_{2a} = 1.571$$

$$I_{3b} = \frac{U}{(R_1 + R_2 + R_C + R_B)} \quad I_{3b} = 0.571$$

$$I_{2b} = -I_{3b} \quad \text{napomena: paziti na smjer}$$

Struje I2 i I3

$$I3 = I3a + I3b \quad I3 = 2$$

$$I2 = I2a + I2b \quad I2 = 1$$

Potencijali tocaka A, B i C

$$\varphi_C = I3 \cdot R2$$

$$\varphi_A = \varphi_C + I3 \cdot RC + I \cdot RA$$

$$\varphi_B = \varphi_C + I3 \cdot RC + I2 \cdot RB - 1$$

$$I1 = \frac{(\varphi_C - \varphi_A)}{RCA} \quad I1 = -1$$

$$\varphi_A = 9$$

$$\varphi_B = 5$$

$$\varphi_C = 2$$

Preporuca se citatelju da samostalno rijesi ovaj zadatak na opisane nacine i naravno da pri tom zakljuci koji mu je postupak jednostavniji (opisati rijecima zbog cega??).
Za sva dodatna objasnjenja javiti se mailom ili osobno svom nastavniku.

